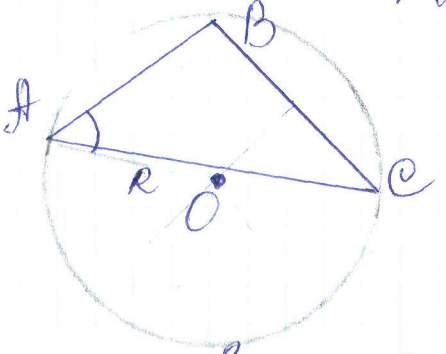
09.04.20. Тема „Решение треугольников"

1. Теорема о стороне треугольника, вписанного в окружность (п. 73, стр. 97): Изучить!



Если $\triangle ABC$ вписан в окружность с центром в т. O и радиусом R, то сторона треугольника

$BC = 2R \cdot \sin A$.

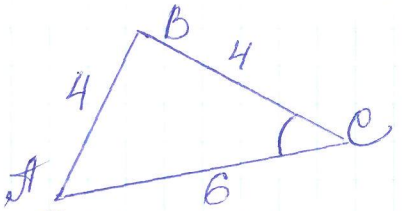
($\angle A$ – противолежащий)

или $AC = 2R \cdot \sin B$; $AB = 2R \cdot \sin C$.

R – радиус описанной окружности.

Задача 1.

Дано:
$\triangle ABC$
$AB = BC = 4$
$AC = 6$
Найти:
R.



Решение

Т.к. известны все стороны $\triangle$-ка, то R можно найти через любую, например, через AB: $AB = 2R \cdot \sin C$.

$\Rightarrow 2R = \frac{AB}{\sin C}$; $R = \frac{AB}{2\sin C}$

Т.к. ни один угол не дан, то по теор. синусов нельзя найти $\sin C$ $\Rightarrow$ будем находить $\cos C$ по теореме косинусов:

$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos C$.

$4^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos C$

$16 = 16 + 36 - 48 \cdot \cos C$

$48 \cos C = 52 - 16$

$48 \cos C = 36$

$\cos C = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$

$\sin^2 C + \cos^2 C = 1$.

$\sin^2 C = 1 - \cos^2 C = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

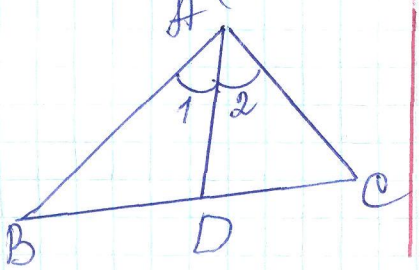
$= 1 - \frac{9}{16} = \frac{16}{16} - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$; $\sin C = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$R = \frac{AB}{2\sin C} = \frac{4^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}} = 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{8}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7}$

Ответ: $R = \frac{8\sqrt{7}}{7}$.

2. Работа с [illegible]

2. Свойство биссектрисы треугольника (п. 75 стр. 102) выучить!



Если AD - биссектриса $\triangle ABC$,

то $\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC}$ или $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

или $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$.

а) Дано:
$AB = 10$
$AC = 4$
$BD = 6$
Найти: $DC = ?$

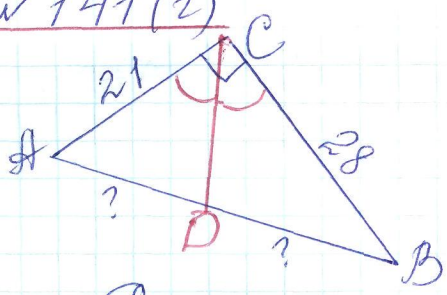
Решение

т. к. $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$; $\frac{10}{4} = \frac{6}{DC}$

$DC = \frac{6 \cdot 4}{10} = 2{,}4$

ДЗ: п. 73, п. 75 выучить теоремы и формулы.
№ 141 (б), 142 (г).

№ 141 (г)



Дано:
$\triangle ABC$, CD - бисс.
$\angle C = 90°$
$AC = 21$
$BC = 28$
Найти:
AD, BD.

Решение

По теореме о биссектрисе треугольника $\frac{AC}{CB} = \frac{AD}{DB}$;

т. к. $\triangle ABC$ - прямоуг., AB - гипотенуза, найдём AB по теореме Пифагора.

$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 21^2 + 28^2 = 441 + 784 = 1225$

$AB = \sqrt{1225} = 35$.

$\frac{AC}{CB} = \frac{21^3}{28_4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$. т. к. $AB = AD + DB = 35$,

AB состоит из $3 + 4 = 7$ частей.

$35 : 7 = 5$ - 1 часть.

$AD = 3 \cdot 5 = 15$, т. к. состоит из 3-х частей

$DB = 4 \cdot 5 = 20$, т. к. состоит из 4-х частей.

Ответ: $AD = 15$, $DB = 20$.